<table>
<tr><td rowspan="3">REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION
****
LYCEE SECONDAIRE DJERISSA
SESSION 2021</td><td colspan="2">Séries d'exercices N°4 RLC forcée
Date: Fevrier 2021</td></tr>
<tr><td>Discipline :
Sciences physiques</td><td>Section :
4^{eme} Sciences Expérimentales 1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Enseignants : Mrs. Hidri Faycel</td></tr>
</table>

Résumé du cours a retenir :

Comme en régime libre non amorti, les oscillations forcées d'un circuit RLC série sont sinusoïdales mais de fréquence imposée par l'excitateur.

La réponse d'un circuit RLC série à une tension excitatrice sinusoïdale $u(t) = U_{max} \sin(\omega t + \varphi_u)$ de fréquence N est la circulation d'un courant électrique alternatif sinusoïdal $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i)$ de valeur maximale : $I_{max} = \frac{U_{max}}{\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}}$

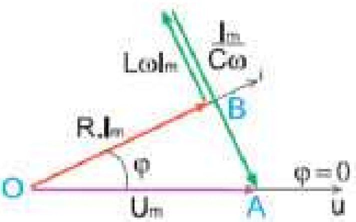
- $\omega = 2\pi N$:pulsation de l'exitateur qui s'exprime en $rad.s^{-1}$.
- φ_i : phase initiale de $i(t)$
- $tg(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{\frac{1}{C\omega}-L\omega}{R}$
- $cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R}{Z}$
- $sin(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{\frac{1}{C\omega}-L\omega}{Z}$

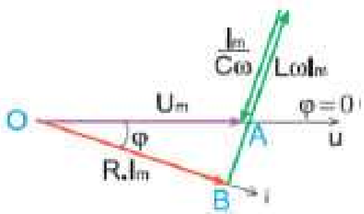
$i(t)$ est une solution de l'equation differentielle : $L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = u(t)$ **avec** $R = (R_0 + r)$.

Les impedances ne sont definies qu'en courant alternatif :

- Impédance du circuit RLC : $Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$
- Impédance du condensateur : $Z_C = \frac{U_{C_{max}}}{I_{max}} = \frac{U_C}{I} = \frac{1}{C\omega}$
- Impédance de la bobine : $Z_B = \frac{U_{B_{max}}}{I_{max}} = \frac{U_B}{I} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$
- Impédance d'une bobine purement inductive : $Z_L = \frac{U_{L_{max}}}{I_{max}} = \frac{U_L}{I} = L\omega$
- Impédance association série bobine, condensateur : $Z_{B,C} = \frac{U_{B,C_{max}}}{I_{max}} = \frac{U_{B,C}}{I} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

Les états du circuit RLC série :

<table>
<tr><td>$\omega < \omega_0$
☞ Circuit capacitif
☞ $LC\omega^2 < 1$
☞ $\varphi_u - \varphi_i < 0$
☞ $0 < \varphi_u - \varphi_q < \frac{\pi}{2}$

</td>
<td>$\omega = \omega_0$
☞ Circuit résistif
☞ $LC\omega^2 = 1$
☞ $\varphi_u - \varphi_i = 0$
☞ $\varphi_u - \varphi_q = \frac{\pi}{2}$
☞ Résonnance d'intensité,
I_{max} est maximale.
☞ $Z = R \Rightarrow I = \frac{U}{R}$

</td>
<td>$\omega > \omega_0$
☞ Circuit inductif
☞ $LC\omega^2 > 1$
☞ $\varphi_u - \varphi_i > 0$
☞ $\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_q < \pi$

</td></tr>
</table>

- contrairement au déphasage $(\varphi_q - \varphi_u)$ de la charge par rapport a la tension excitatrice qui es toujours négatif, le déphasage$(\varphi_i - \varphi_u)$ de l'intensité du courant par rapport a la tension excitatrice peut être positif ou nul.
- en régime forcé sinusoïdal, les valeurs maximales Q_{max} de la charge du condensateur et I_{max}de l'intensité du courant sont d'autant plus **élevées** que **l'amortissement** est plus **faible**.
- la résonance d'intensité est obtenue pour une fréquence d'excitations égale à la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.
- la résonance d'intensité d'un circuit RLC série peut être accompagnée d'une **surtension** aux bornes du condensateur, caractérisée par un quotient $Q > 1$ appelé dans ces conditions **facteur de surtension** :$Q = \frac{U_C}{U}$

A. QUESTIONS POUR VERIFIER VOS ACQUIS :

Dire en justifiant (si possible) **si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses**

1°) Les oscillations d'un circuit RLC série auquel est appliquée une tension sinusoïdale sont libres.

2°) La fréquence des oscillations forcées d'un circuit RLC série peut être égale a sa fréquence propre.

3°) La résonance d'intensité est obtenue lorsque la tension aux bornes du circuit RLC série est en phase avec l'intensité du courant qui y circule.

4°) La résonance d'intensité est obtenue lorsque l'impédance du circuit RLC série est maximale.

5°) Le facteur de surtension d'un circuit RLC série augmente lorsque la résistance totale du circuit augmente..

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

1°) Un circuit RLC série est en résonance d'intensité lorsque :

a- Son impédance est minimale ;

b- La fréquence qui lui est imposée est égale a sa fréquence propre ;

c- Son impédance est égale a la résistance du résistor ;

d- L'intensité du courant qui y circule et la tension qui lui est appliquée sont en phase.

2°) A la résonance d'intensité, l'intensité du courant i est :

a- En quadrature avance de phase sur la tension aux bornes du condensateur ;

b- En quadrature retard de phase par rapport à la tension aux bornes de la bobine.

c- En phase avec la tension aux bornes du résistor.

d- En phase avec la tension aux bornes du circuit RLC série.

3°) A la résonance d'intensité, une augmentation de la résistance du circuit RLC série entraine :

a- la diminution de la fréquence caractéristique de la résonance ;

b- la diminution de la valeur maximale de l'amplitude de l'intensité du courant ;

4°) Le facteur de surtension Q d'un circuit RLC série s'écrit :

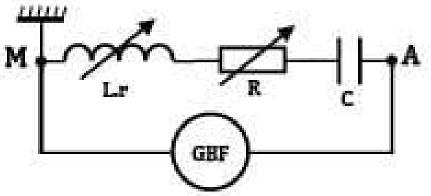
- $\frac{2\pi L N_0}{R}$.
- $\frac{U_L}{U}$ quelle que soit la valeur de la fréquence N ;
- $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{C}{L}}$
- $\frac{U_C}{U}$ a la résonance d'intensité.

B. EXERCICES D'APPLICATIONS :

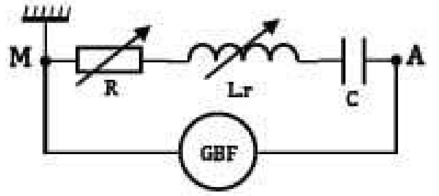
Exercice N° 1 :

Un dipôle **AM** comprend, en série, un résistor de résistance **R** variable, un condensateur de capacité $\mathbf{C = 10^{-5}F}$ et une bobine d'inductance **L** variable et de résistance **r**.

Entre **A** et **M**, on branche un générateur **G** délivrant une tension alternative et sinusoïdale de la forme : $\mathbf{u\ (t) = U_2\sqrt{2}\ sin\ (500\ t)}$, u en (V) et t en (s). On obtient l'un des deux montages **(a)** et **(b)** suivants :



(a)

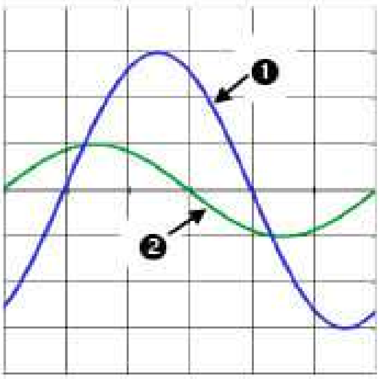


(b)

- A l'aide d'un oscillographe bi-courbe, on visualise :
  - La tension $u(t)$ aux bornes du générateur **G**.
  - La tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor **R**.

La sensibilité verticale est <u>5 V/div</u> étant la même pour les deux voies.

I- Pour $\mathbf{R = 20\Omega}$, on obtient l'oscillogramme suivant :



1°) Dire en le justifiant lequel des deux montages **(a)** ou **(b)**, est utilisé pour avoir cet oscillogramme.

2°) Dire en le justifiant laquelle des deux courbes ❶ ou ❷ qui correspond a $u(t)$.

3°) En utilisant l'oscillogramme :

a-Déterminer la valeur du déphasage $(\varphi_u - \varphi_{u_R})$ entre $u(t)$ et $u_R(t)$.

b- Préciser le caractère du dipôle **AM**.

4°) Déduire l'expression en fonction du temps de :

a - La tension $u(t)$ aux bornes du générateur **G**.

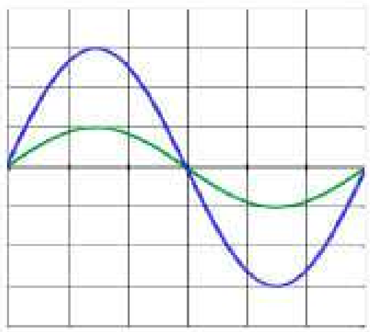
b- L'intensité $i(t)$ du courant qui circule le dipôle AM.

5°) a- Construire le diagramme de **FRESNEL** relatif aux tensions maximales. **(échelle 5 1cm)**

b- Déterminer la valeur de **r** et celle de **L**.

c- Donner l'expression de la tension $u_b(t)$ aux bornes de la bobine.

II- On modifie la valeur de **R** et celle de **L**, sans modifier la tension délivrée par le générateur **G**, on obtient l'oscillogramme suivant. $\mathbf{r = 8\Omega}$. **La sensibilité verticale est toujours la même.**



1°) Préciser le caractère du dipôle **AM. Justifier**.

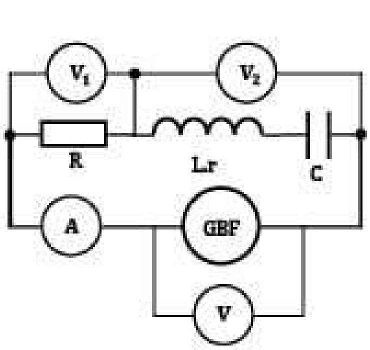
2°) Trouver la nouvelle valeur de **R** et celle de **L**.

3°) Donner l'expression de $i(t)$.

4°) Déduire la valeur du **coefficient de surtension** et celle du **facteur de puissance** du dipôle **AM**.

Exercice N° 2 :

On considère le circuit électrique suivant : comportant en série :



- Un générateur délivrant une tension sinusoïdale $\mathbf{u(t) = U\sqrt{2}\ sin\ (1221.t + \varphi_u)}$ de valeur efficace **U** supposée constante (u en volt et t en seconde), une bobine d'inductance **L** et de résistance interne **r**, un condensateur de capacité $\mathbf{C = 5\mu F}$ et un résistor de résistance **R**, les indications des voltmètres sont : $\mathbf{U_1 = 7,68\ V, U_2 = 4,58V}$ et $\mathbf{U = 10,6\ V}$.

L'indication de Ampèremètre est **$I = 0{,}096A$**.

Sachant que le déphasage entre la tension aux bornes du résistor et celle aux bornes du générateur de basse fréquence $(\varphi_{u_R} - \varphi_u) > 0$.

1°) Préciser, en le justifiant le caractère du circuit (***inductif, capacitif*** ou ***résistif***).

2°) Représenter a l'échelle : **2 V ⟶ 1 cm**, le diagramme de **FRESNEL** relatif aux tensions efficaces.

3°) En utilisant le diagramme de **FRESNEL** précédent, vérifier que **$r = 21{,}5\Omega$** et en déduire la valeur de **L**.

4°) Sachant que la tension de claquage du condensateur est **20 V**. Dans ces conditions, le condensateur risque- t- il de **claquer** ?

<u>Exercice N° 3</u> :

On réalise un dipôle **D** formé par l'association série :

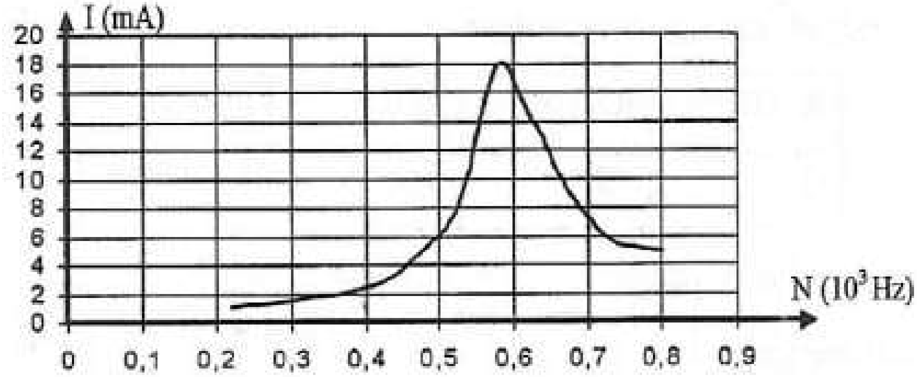
- D'une bobine d'inductance **L** et de résistance **r**.
- D'un condensateur de capacité **$C = 0{,}1\ \mu F$**.
- D'un résistor de résistance réglable **R**.
- D'un ampèremètre de résistance négligeable.

Ce dipôle **D** est excité par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace constante **$U = 4{,}55V$** et de fréquence **N** réglable telle que $u(t) = U\sqrt{2}\sin(2\pi Nt)$.

1°) Quelle est la réponse du dipôle **D** suite a l'excitation du générateur.

2°) a- Faire le schéma du montage.

b- On fait varier la fréquence **N** du générateur et on mesure la valeur de l'intensité efficace **I**, on obtient la courbe $I = f(N)$ suivante :



Déterminer a partir de la courbe $I = f(N)$:

- La valeur maximale **L** de **I**.
- La fréquence **N_0** a la résonance d'intensité

c- Déduire la valeur de l'inductance **L** et la résistance totale **R_t** du dipôle **D**

3°) a- Établir en fonction de **U, R_t, L, C** et **N**, l'expression de l'intensité efficace **I** du courant

b- Exprimer la puissance électrique consommée par le dipôle **D** en fonction de **U, R_t, L, C** et **N**

c- Pour quelle valeur de **N** cette puissance **est — elle maximale** ?

L'exprimer puis calculer sa valeur **P_0**. **Quel est** alors l'état du circuit ?

4°) On se place dans le cas ou **$I = I_0$**

a- Exprimer le facteur de qualité Q en fonction de **R_t**, L et C

b- Soient : * **E_0** l'énergie moyenne absorbé par le dipôle D pendant une période

* **E_{LC}** énergie emmagasinée dans le dipôle **D**,

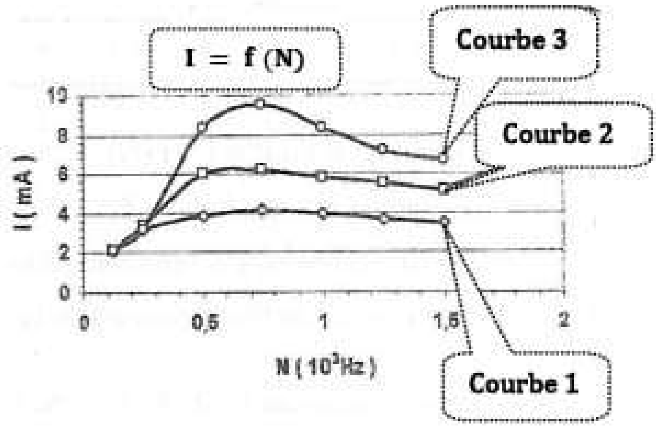
Montrer que **E_{LC}** est constante. **Montrer** que la relation entre **E_0** et **E_{LC}** s'écrit $\frac{E_{LC}}{E_0} = \frac{Q}{2\pi}$

c- Pour différentes valeurs de la résistance **R_t** on trace trois courbes $I = f(N)$ et pour chaque valeur on donne le facteur de qualité, les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

R_t (Ω)	R_a (Ω)	R_b (Ω)	R_c (Ω)
Q	7.22	5.06	3.43

Dans quel cas peut-on avoir plus d'énergie emmagasinée que celle dissipée par effet joule ? **Justifier**

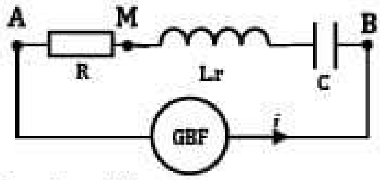
Attribuer en le justifiant chacune des courbes **(1)**, **(2)** et **(3)** le couple ($\mathbf{R_t}$, Q) correspondant.



Exercice N° 4 :

On considère le circuit électrique suivant qui comporte en série :

Un générateur délivrant une tension sinusoïdale : $u(t) = \mathbf{U_{max}}\sin(2\pi Nt + \varphi_u)$ de fréquence **N** réglable et d'amplitude U_{MAX} supposée constante, une bobine d'inductance **L** et de résistance interne **r**, un résistor de résistance **R =10Ω** et un condensateur de capacité **C = 50 µF** .



1°) L'équation différentielle relative a l'intensité de courant i dans le circuit est :

$$L\frac{di(t)}{t} + Ri(t) + ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = u(t)$$

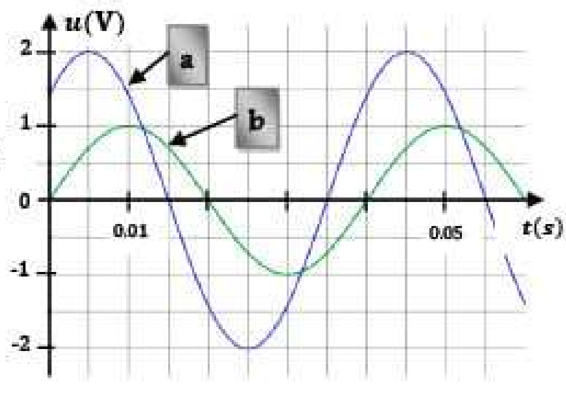
qui admet une solution sinusoïdale de la forme : $i\ (t)\ =\ I_{max}\ sin\ (2\pi Nt\ +\ \varphi_i)$

a-Représenter le diagramme de **FRESNEL** relatif aux impédances, en respectant l'ordre $Ri(t);\ ri(t);\ L\frac{di(t)}{t};\ \frac{1}{C}\int i(t)dt\ et\ u(t)$ dans le cas d'un circuit inductif et dans le cas d'un circuit **capacitif**

b- Déduire les expressions de $\cos(\varphi_{u_B} - \varphi_i)$et de $\sin(\varphi_{u_B} - \varphi_i)$ en fonction de **L, r** et **N.** (φ_{u_B}, etant la phase initiale de la tension instantanée $u_B(t)$ aux bornes de la bobine)

2°) A l'aide d'un oscilloscope bicourbes, on visualise la tension aux bornes de la bobine **(voie 1)** et celle aux bornes du résistor **(voie 2)**.

Dans la **voie 2** on utilise le bouton **INV** on obtient les courbes suivantes :



a- Indiquer sur une figure les branchements avec l'oscilloscope

b- Laquelle des deux courbes celle qui correspond a $u_B(t)$? **Justifier.**

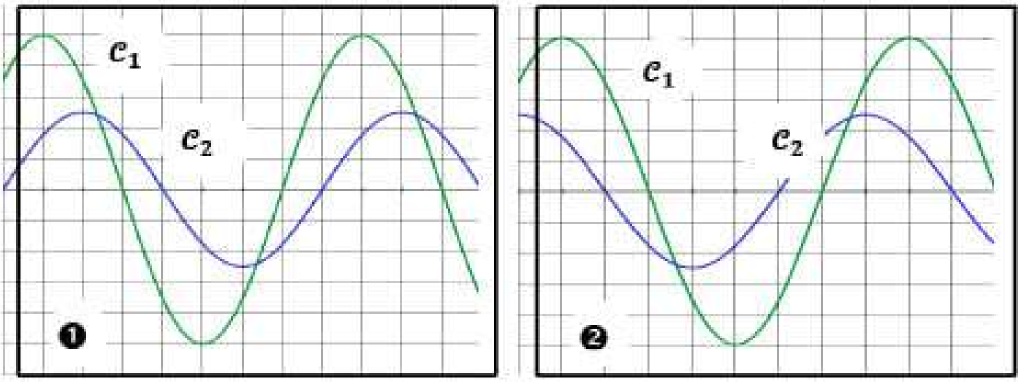
c- Déterminer la valeur du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_{u_B} - \varphi_i$

d- Établir l'expression de $i\ (t)$ et celle de $u_B(t)$

e- Déterminer la valeur de **L** et celle de **r.** En déduire la nature du circuit.

3°) Dans le circuit précédent, on visualise simultanément la tension aux bornes du résistor et celle aux bornes du générateur. Pour deux fréquences **N_1** et **N_2**, on obtient respectivement les oscillogrammes ❶ et ❷ de la figure ci - dessous.

(Les deux voies sont de même sensibilité verticale).

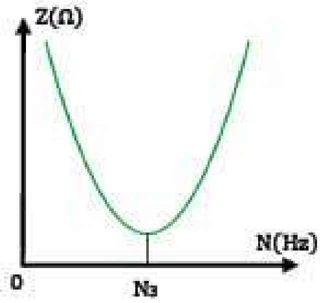


a- Montrer que la courbe $\mathcal{C}_1$ correspond a $u(t)$.

b- Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ pour chacune des deux fréquences **N_1** et **N_2** qu'on note respectivement $\Delta\varphi_1$ et $\Delta\varphi_2$.

c- En comparant $\Delta\varphi_1$ et $\Delta\varphi_2$, **montrer** que $N_1N_2 = N_0^2$. (N_0 étant la fréquence propre de l'oscillateur **R+ r, L, C**).

4°) On donne l'allure du graphe de la variation de l'impédance totale **Z** en fonction de la fréquence **N**.



a- On se place dans le cas ou **$N = N_3$**.
Quel est l'état d'oscillation du circuit ? **Déduire** la valeur de **N_3**

b- Sachant qu'un voltmètre branche aux bornes du générateur indique **U = 6V**, **déterminer** la valeur efficace I_0, de l'intensité du courant a la résonance d'intensité. **Montrer** que l'énergie emmagasinée par le dipôle **(R+r), L, C** est constante. **La calculer**

__Exercice N° 5__ : ***(Documentaire)***

Lorsqu'une inductance est combinée avec un condensateur, la tension aux bornes de ce dernier atteint une valeur maximale pour une fréquence spécifique, dite fréquence de résonance, qui dépend des caractéristiques de ces deux dipôles.
Ce phénomène est utilisé sur un récepteur radio, dans lequel un condensateur variable sélectionne une fréquence spécifique par modification de la fréquence de résonance.
Le phénomène de **résonance** est observé dans le **cas d'oscillations forcées.** Un dispositif d'entrainement, nomme excitateur, impose la fréquence des oscillations au système oscillant.
II y a **résonance** lorsque la période de l'excitateur est voisine de la période propre du résonateur. L'amplitude des oscillations est alors maximale.

(Encarta 2007)

Questions

1°) Faire le schéma du montage de la combinaison indiquée par le texte.

2°) Indiquer l'excitateur dans une telle combinaison ?

3°) Qu'appelle — t — on oscillation forcée ?

4°) Quel est le rôle de l'excitateur ?

5°) Dégager du texte une phrase qui définie le phénomène de résonance.

6°) Dans la combinaison, indiquée par le texte, **quelles** sont les deux types de résonance ?

7°) Quelle est la grandeur qu'il faut varier, dans un récepteur radio, pour avoir le phénomène de **résonance** ? **Justifier** la réponse a partir du texte.

EX1 : 1°/ pour visualiser à la fois $U_R(t)$ et $U(t)$ avec un seul oscilloscope bicourbe, il faut que le resistor et le générateur possèdent une borne commune (la masse M) c'est le cas du circuit (b)

2°/ sensibilité verticale 5V/div

ona $U_m = Z I_m$, $U_{Rm} = R I_m$ or $Z > R$

donc $U_m > U_{Rm}$ et donc $U_{m_1} > U_{m_2}$ donc la courbe ① correspond à $U(t)$

3°/ a) $|\varphi_u - \varphi_{u_R}| = \frac{2\pi}{T} . \Delta t = \frac{2\pi}{T} . \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}$ rad

or U_R est en avance de phase sur $U(t)$ $\Rightarrow \varphi_u - \varphi_{u_R} = -\frac{\pi}{3}$ rad

b) $\Delta\varphi < 0 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_{u_R} < 0 \Rightarrow \varphi_{u_R} = \varphi_i \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i < 0$

$\Rightarrow$ donc $i(t)$ en avance de phase sur $U(t)$

le circuit est dit capacitif.

4°/ a) $U(t) = U_m \sin(\omega t)$; $U_m = 3 \times 5 = 15$ V

~~$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{}$~~ $U(t) = 15 \sin(500 t)$

b) $I_m = \frac{U_{Rm}}{R} = \frac{5}{20} = 0{,}25A$ et $\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3}$, $\varphi_u = 0$

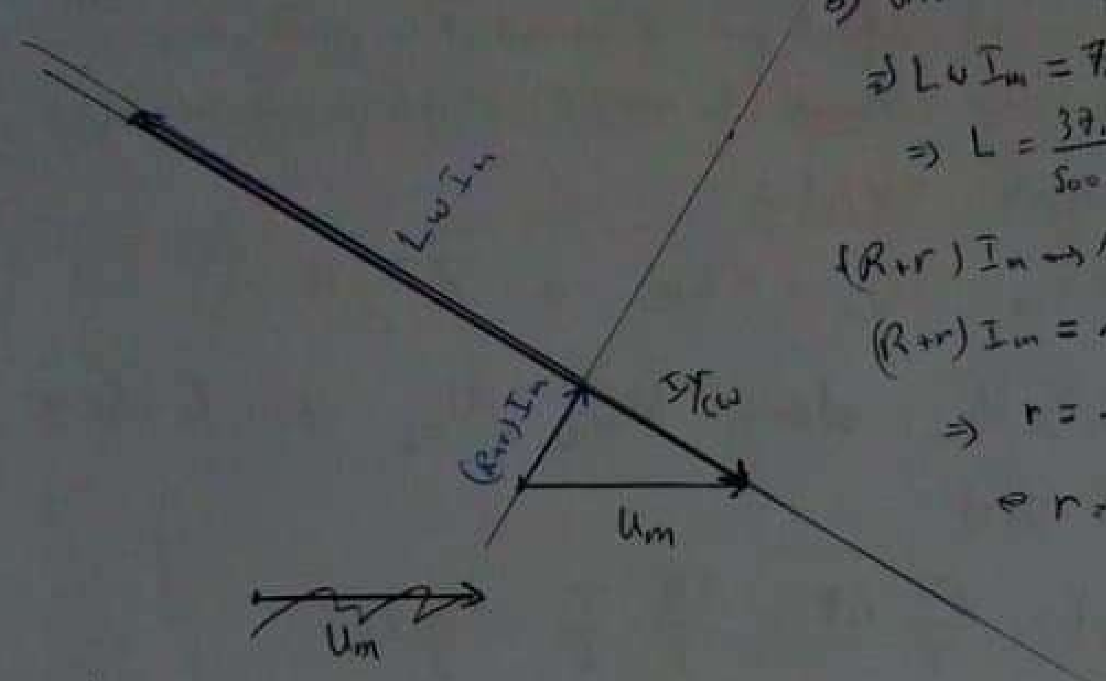
$\Rightarrow \varphi_i = \frac{\pi}{3} > \Rightarrow$ (capacitif)

$i(t) = 0{,}25 \sin(500 t + \frac{\pi}{3})$

5°/ a) $U_m = 15V \rightarrow 3cm$; $U_{cm} = \frac{I_m}{C\omega} = \frac{0{,}25}{10^{-5} . 500} = 50V = 10$ cm

(~~Fresnel~~)

①



b) On a $L\omega I_m \to 7,5$ cm

$\Rightarrow L\omega I_m = 7,5\times 5 = 37,5$ V

$\Rightarrow L = \frac{37,5}{500\times 0,25} = 0,3$ H

$(R+r) I_m \to 1,4$ cm

$(R+r) I_m = 1,4\times 5 = 7$ V

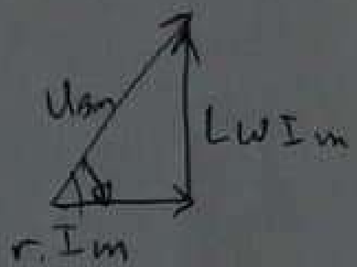
$\Rightarrow r = \frac{7}{0,25} - 20 = 8\,\Omega$

$\Leftrightarrow r = 8\,\Omega$

c) On a $u_B(t) = L\frac{di}{dt} + ri$

$= L\omega I_m \cos(\omega t+\varphi) + rI_m \sin(\omega t+\varphi)$

$= L\omega I_m \sin(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}) + rI_m \sin(\omega t+\varphi)$.



$\Rightarrow U_{Bm}^2 = (L\omega I_m)^2 + (rI_m)^2$

$\Leftrightarrow U_{Bm} = \sqrt{(rI_m)^2+(L\omega I_m)^2}$

$= I_m\sqrt{r^2+(L\omega)^2} = 37,55$ V

$\Leftrightarrow \boxed{U_{Bm} = 37,55\text{ V}}$

~~I~~ $r = 8\,\Omega$, 5V/div

1%

$tg(\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \frac{L\omega}{r} = 18,75 \Rightarrow \varphi_{u_B} - \varphi_i = 1,517 = 0,48\pi$ rad

$\Rightarrow \varphi_{u_B} - \varphi_i \simeq 0,5\pi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{u_B} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$

$\Rightarrow u_B(t) = 37,5 \sin(\omega t + \frac{5\pi}{6})$

d)

(13)

II) $r = 8\Omega$ et $5V/div$

1°) $u(t)$ et $u_R(t)$ sont en phase $\Leftrightarrow \varphi_u - \varphi_{u_R} = 0 \Rightarrow u_R$ et i sont toujours en phase ($u_R = Ri$) donc $\varphi_u - \varphi_i = 0 \Rightarrow u$ et i sont en phase

$\Rightarrow$ le dipôle AM est résistif ($\omega = \omega_0$; résonance d'intensité)

2°) $\dfrac{U_m}{U_{Rm}} = \dfrac{15}{5} = 3 = \dfrac{R+r}{R} \Rightarrow R = \dfrac{r}{2} = \dfrac{8}{2} = 4\,\Omega \Rightarrow \omega = \omega_0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{LC} = \omega^2$

$\Rightarrow L = \dfrac{1}{C\omega^2} = 0{,}4H.$

3°) $I_m = \dfrac{U_m}{R+r} = \dfrac{15}{12} = 1{,}25A$; $\varphi_i = 0$

$\Rightarrow i(t) = 1{,}25 \sin(100t)$

4°) $Q = \dfrac{U_{cm}}{U_m} = \dfrac{1}{C\omega(R+r)} = 16$; $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = 1$

EX2 :

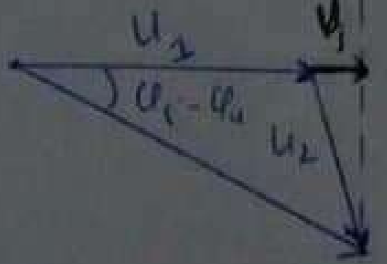
1°) $(\varphi_{u_R} - \varphi_u) > 0$ or d'après la loi d'Ohm aux bornes du résistor

$\varphi_u - \varphi_i < 0$

$u_R(t) = Ri(t)$ et or $R > 0 \Rightarrow \varphi_{u_R} = \varphi_i \Rightarrow \varphi_i - \varphi_u > 0$

$\Rightarrow i(t)$ est en avance de phase par rapport à $u(t) \Rightarrow$ circuit est capacitif.

2°) $\vec{V_1} \begin{cases} U_1 = 7{,}68V \\ \varphi_{u_1} \end{cases}$ 3,84 cm ; $\vec{V_2} \begin{cases} U_2 = 4{,}58V \\ \varphi_{u_2} \end{cases}$ 2,3 cm ; $\vec{U} \begin{cases} U = 10{,}6V \\ \varphi_u \end{cases}$ 5,3 cm



3°) $\|\vec{V_1}\| = rI \rightarrow 1cm \Rightarrow \|\vec{V_1}\| = 2V$

$\Rightarrow r = \dfrac{\|\vec{V_1}\|}{I} = \dfrac{2}{0{,}093} = 21{,}5\,\Omega$

• or $U_2 = U_{BC} = Z_{BC} \cdot I$

$\Rightarrow Z_{BC} = \dfrac{U_2}{I} = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\Rightarrow \frac{U^2}{I^2} = r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

$\Rightarrow L = \frac{1}{C\omega^2} - \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r^2}}{\omega} \simeq 0{,}1\,H$

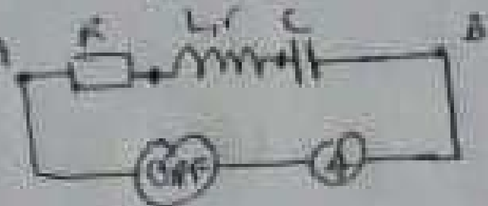
4°) ~~on a ... 4582 rad.s⁻¹ ... à la résonance $\omega = \omega_0$~~ $U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega} = 22{,}23\,V > 20\,V$

le condensateur se claque

EX3 :

1°) La réponse du dipôle D suite à l'excitation du générateur est un courant électrique sinusoïdal $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i)$

2°) a)



b) $I_0 = 18\,mA$; $N_0 = 0{,}58\,10^3\,Hz = 580\,Hz$

c) à la résonance d'intensité on a : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}$

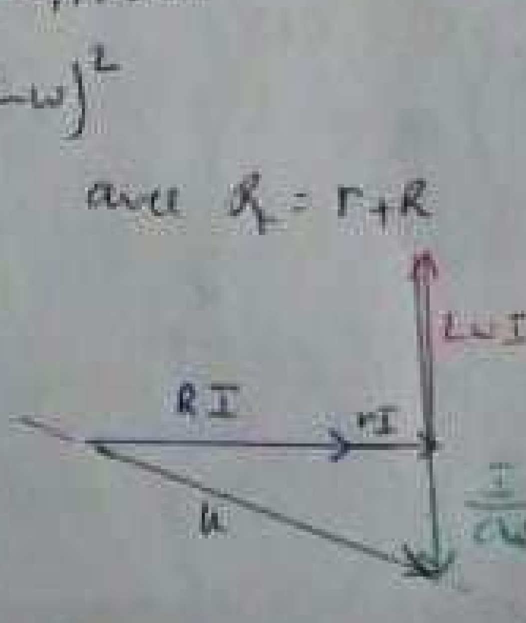
$L = 0{,}753\,H$

on a le circuit est résistif $Z = R_t$ et $U_0 = R_t I_0 \Rightarrow R_t = \frac{U_0}{I_0}$

$R_t = \frac{4{,}55}{18.10^{-3}} = 252{,}77\,\Omega$

3°) a) $U^2 = I^2(R_t^2) + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2$

$I = \frac{U}{\sqrt{R_t^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}}$ avec $R_t = r + R$



→ axe de phases

(5)

b) $P_{moy} = R_t I^2 = \dfrac{R_t\, U^2}{R_t^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}$

$$P_{moy} = \frac{R_t\, U^2}{R_t^2 + \left(\frac{1}{2\pi N C} - 2\pi N L\right)^2}$$

c) P_{moy} est maximale si $R_t^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2$ est minimale et puisque

$R_t \neq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} - L\omega = 0 \Rightarrow LC\omega^2 = 1$ d'où $\omega = \omega_0 \Rightarrow N = N_0$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{U^2 \cdot R_t}{R_t^2} = \frac{U^2}{R_t} = \frac{(4,55)^2}{252,77} = 8,19 \cdot 10^{-2}\ W$$

on a Résonance de puissance $\Leftrightarrow$ résonance d'intensité

$\Rightarrow$ le circuit est résistif

4°) $I = I_0$

a) $Q = \dfrac{U_c}{U} = \dfrac{I}{C\omega_0} \cdot \dfrac{1}{R_t I} = \dfrac{1}{C\omega_0 R_t}$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

b) $E_{LC} = E_L + E_c = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} C \cdot u_c^2$

$= \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_i) + \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega t + \varphi_q)$

$= \frac{1}{2} L \omega^2 Q_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi_q) + \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega t + \varphi_q)$

$= \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{Q_m^2}{C} \left(\cos^2(\omega t + \varphi_q) + \sin^2(\omega t + \varphi_q)\right)$

or $\omega = \omega_0 \Rightarrow E_{LC} = \dfrac{Q_m^2}{2C} = \dfrac{L I_m^2}{2}$, I_m et Q_m est constante d'ou E_{LC} est cste

$$\Rightarrow E_{LC} = \frac{L I_m^2}{2} = \frac{L.(\sqrt{2}.I)^2}{2} = \frac{2 L I^2}{2} = L I^2$$

et

$$E_0 = P_0 T_0 = \frac{U^2}{R_t} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \frac{E_{LC}}{E_0} = \frac{L I^2}{2\pi . U^2} R_t . \omega_0$$

$$\frac{E_{LC}}{E_0} = \frac{L \left(\frac{U}{R_t}\right)^2}{2\pi U^2} . R_t . \omega_0 = \frac{L . \cancel{U^2}}{R_t^{\cancel{2}} \, 2\pi \cancel{U^2}} \cancel{R_t} \, \omega_0$$

$$\frac{E_{LC}}{E_0} = \frac{L\omega_0}{2\pi . R_t} = \frac{L}{2\pi \sqrt{LC} . R_t} = \frac{1}{2\pi R_t} . \sqrt{\frac{L^2}{LC}} = \frac{1}{2\pi R_t} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Q

$$\Rightarrow \frac{E_{LC}}{E_0} = \frac{Q}{2\pi}$$

c) Pour L et C constante donc plus que R_t est petite plus que Q est important et la resonnance d'intensité est d'autant plus aigue.

on a. $E_{LC} > E_0 \Leftrightarrow Q > 2\pi$

$Q_a > Q_b > Q_c$ donc R_t est inversement proportionnelle a Q

$R_{ta} < R_{tb} < R_{tc}$ alors $\begin{cases} \text{courbe 1} : R_{tc} \\ \text{courbe 2} : R_{tb} \\ \text{courbe 3} : R_{ta} \end{cases}$

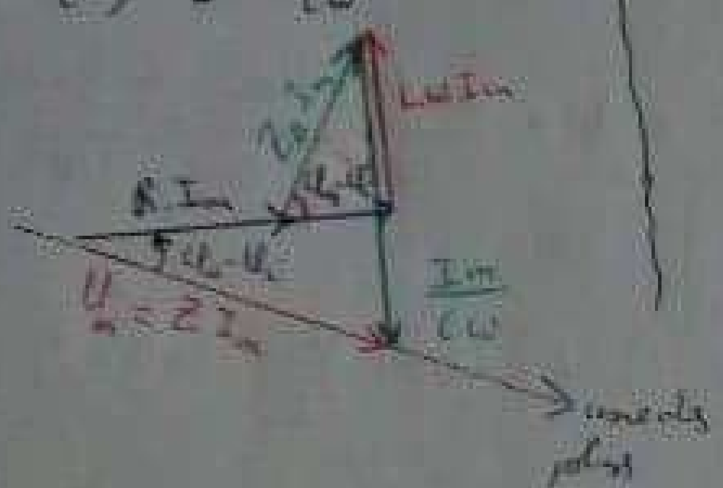
Exo 4:

1) $L\frac{di}{dt} + Ri + ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = u$

et $i(t) = I_{max}\sin(\omega t + \varphi_i)$

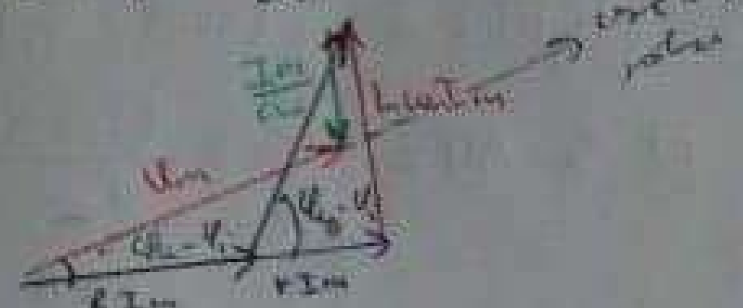
a) Circuit capacitif

$Z_C > Z_L \Rightarrow \frac{1}{C\omega} > L\omega$



Circuit inductif

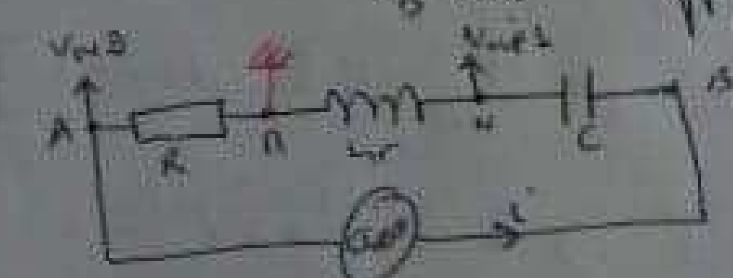
$Z_C < Z_L \Rightarrow \frac{1}{C\omega} < L\omega$



b) $\cos(\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \frac{r\,I_m}{Z_B\,I_m} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (L\omega)^2}} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (2\pi N L)^2}}$

$\sin(\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \frac{L\omega\,I_m}{Z_B\,I_m} = \frac{L\omega}{\sqrt{r^2 + (L\omega)^2}} = \frac{2\pi N L}{\sqrt{r^2 + (2\pi N L)^2}}$

2°/ a)



b) $\begin{cases} \sin(\varphi_{u_B} - \varphi_i) > 0 \\ \cos(\varphi_{u_B} - \varphi_i) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < \varphi_{u_B} - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$

donc u_B est en avance de phase sur i donc sur u_R dans la courbe

(a) est en avance de phase sur la courbe (b)

donc (a) correspond à $u_B(t)$

c) $\Delta\varphi = \varphi_{u_B} - \varphi_i = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}$ rad

d) $i(t) = I_{max}\sin(\omega t + \varphi_i) = \frac{U_{Rm}}{R}\sin(50\pi t + 0)$ car $\varphi_i = 0$

($i_0 = 0$
$\sin\varphi_i = 0$
$\cos\varphi_i > 0$)

$\boxed{i(t) = 0{,}1\sin(50\pi t)}$

$\boxed{u_B(t) = 2\sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)}$

e) $\sin\Delta\varphi = \frac{L\omega}{Z_B} = \frac{L\omega I_m}{U_{Bm}} \Rightarrow L = \frac{\sin\Delta\varphi \cdot U_{Bm}}{\omega \cdot I_m} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}\times 2}{0{,}1\times 50\pi} = 0{,}09$

$\boxed{L = 0{,}09\ H}$

$\cos\Delta\varphi = \frac{r}{Z_B} \Rightarrow r = Z_B\cos\Delta\varphi = \cos\Delta\varphi\cdot\frac{U_{Bm}}{I_m} = \cos\frac{\pi}{4}\times\frac{2}{0{,}1}$

$\boxed{r = 14{,}14\ \Omega}$

. $L\omega = 14{,}3\ \Omega$ et $\frac{1}{C\omega} = 127{,}32\ \Omega$

$\Rightarrow L\omega < \frac{1}{C\omega} \Rightarrow$ le circuit est capacitif

3) a) On a $U_m = Z I_m$ et $U_{Rm} = R I_m$ et comme

$Z = \sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} > R \Rightarrow U_{m} > U_{Rm}$

or la sensibilité est la même donc ξ_1 correspond à $u(t)$

b) pour la fréquence N_1 : $\Delta\varphi_1 = \varphi_u - \varphi_i = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}$ rad

$u(t)$ est en avance de phase sur $i(t)$

pour la fréquence N_2 : $\Delta\varphi_2 = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{4}$ rad

$u(t)$ est en retard de phase sur $i(t)$

c) $\Delta\varphi_1 = -\Delta\varphi_2 \Leftrightarrow tg\,\Delta\varphi_1 = -tg\,\Delta\varphi_2 \Leftrightarrow \dfrac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R_t} = -\dfrac{L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}}{R_t}$

$\Rightarrow L\omega_1 + L\omega_2 = \dfrac{1}{C\omega_1} + \dfrac{1}{C\omega_2}$

$\Rightarrow LC(\omega_1 + \omega_2) = \dfrac{1}{\omega_1} + \dfrac{1}{\omega_2}$

$\Rightarrow LC(\omega_1 + \omega_2) = \dfrac{(\omega_2 + \omega_1)}{\omega_1\omega_2} \Rightarrow \dfrac{1}{\omega_1\omega_2} = \dfrac{1}{\omega_0^2}$

$\Rightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2\pi N_1 \cdot 2\pi N_2} = \dfrac{1}{(2\pi N_0)^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{N_1 N_2} = \dfrac{1}{N_0^2} \Leftrightarrow \boxed{N_1 \cdot N_2 = N_0^2}$

4°/ a) pour $N = N_3$, Z est minimale donc $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$\Rightarrow Z = r + R \Rightarrow$ le circuit est résistif c'est la résonance d'intensité $\Leftrightarrow 2\pi N_3 L = \dfrac{1}{2\pi C N_3}$

$\Rightarrow N_3 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 75{,}026\,Hz$

b) $U = 6V$

on a $Z = R + r = \dfrac{U}{I_0} \Leftrightarrow I_0 = \dfrac{U}{R + r} = \dfrac{6}{10 + 14{,}14} = 0{,}248\,A$

$E_{LC} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

$\dfrac{dE_{LC}}{dt} = Li\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}i\int i\,dt = i\left(L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\int i\,dt\right)$ or d'après l'équa diff

$\dfrac{dE_{LC}}{dt} = i\left(u(t) - (R+r)i(t)\right) = i\left(U_m \sin(\omega t + \varphi_u) - (R+r)I_m \sin(\omega t + \varphi_i)\right)$

or $U_m = (R+r)I_m$ et $\varphi_u = \varphi_i \Rightarrow \dfrac{dE_{LC}}{dt} = 0 \Rightarrow E_{LC} = cste$

$E_{LC} = \frac{1}{2}LI_m^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}248^2 = 2{,}767 \cdot 10^{-3}\,J$